МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ЧЕБОКСАРСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) МОСКОВСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Кафедра Информационных технологий, электроэнергетики и систем управления

УТВЕРЖДАЮ
Директор филиала
______________ А.В. Агафонов
« 28 » мая 2021 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
по выполнению расчетно-графических работ №1 по дисциплине «Математика»

Направление подготовки	**13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»**
	(код и наименование направления подготовки)
Направленность подготовки	**«Электроснабжение»**
	(наименование профиля подготовки)
Квалификация выпускника	**Бакалавр**
Форма обучения	**очная и заочная**

Чебоксары, 2021

Методические указания разработаны
в соответствии с требованиями
ФГОС ВО по направлению подготовки
13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»

Авторы:

Кульпина Татьяна Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры Информационных технологий, электроэнергетики и систем управления

ФИО, ученая степень, ученое звание или должность, наименование кафедры

Методические указания одобрены на заседании кафедры
Информационных технологий, электроэнергетики и систем управления

наименование кафедры

протокол № 10 от 10.04.2021 года.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и организация выполнения расчетно-графической работы

В соответствии с учебным планом по направлению подготовки 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» обучающиеся в процессе изучения дисциплины «Математика» выполняют расчетно-графическую работу№1.

Цель расчетно-графической работы - выявить знания студентов методологических основ математики, умение применять эти знания в анализе социально-экономических явлений, производить расчеты, привить обучающимся навыки самостоятельной работы с применением математических методов.

В ходе выполнения расчетно-графической работы обучающийся должен проявить умение самостоятельно работать с учебной и научной математической литературой, применять математическую методологию в анализе конкретных данных, уметь вычислять пределы, находить производные, находить интегралы.

Расчетно-графическая работа должна быть выполнена и представлена в срок, установленный графиком учебного процесса.

Выполнение расчетно-графической работы включает следующие этапы:

- ознакомление с программой дисциплины «Математика», методическими рекомендациями по выполнению расчетно-графической работы;
- проработка соответствующих разделов методологии математики по рекомендованной учебной литературе, конспектам лекций;
- выполнение расчетов с применением освоенных методов;

Завершенная работа представляется для проверки на кафедру преподавателю в установленные учебным графиком сроки. Срок проверки не более 5-7 дней. Преподаватель проверяет качество работы, отмечает положительные стороны, недостатки работы и оценивает ее. Обучающиеся, не подготовившие расчетно-графическую работу, к экзамену не допускаются.

2. Выбор варианта и структура расчетно-графической работы

Задания для расчетно-графических работ составляются преподавателем, который ведет данную дисциплину, и утверждаются кафедрой.

Номер варианта расчетно-графической работы выбирается обучающимся по последней цифре в шифре номера зачетной книжки. Так, например, если последняя цифра шифра 1, то обучающийся выполняет расчетно-графическую работу по варианту № 1.

При выполнении расчетно-графической работы необходимо придерживаться следующей структуры:

- титульный лист;
- введение;
- расчетная часть;
- заключение;
- список использованной литературы.

Титульный лист является первой страницей расчетно-графической работы. Образец его оформления приведен в Приложении 1.

Во введении содержатся общие сведения о выполненной работе (0,5-1 с.).

В расчетной части обучающийся должен показать умение применять математические методы расчетов, рассчитывать необходимые данные, делать на их основе аргументированные выводы.

Условия задач в расчетной части должны быть приведены полностью. Решение задач следует сопровождать развернутыми расчетами, ссылками на математические формулы, анализом и выводами. Задачи, в которых даны только ответы без промежуточных вычислений, считаются нерешенными.

Все расчеты относительных показателей нужно производить с принятой в математике точностью вычислений: коэффициенты - до 0,001, а проценты - до 0,1.

Следует обратить особое внимание на выводы, которые должны быть обоснованными, подтверждаться предварительным анализом цифрового материала.

В заключении расчетно-графической работы (1 с.) в краткой форме резюмируются результаты работы.

После заключения приводится список литературы, включающий только те источники, которые были использованы при выполнении расчетно-графической работы и на которые имеются ссылки в тексте работы.

При описании литературных источников необходимо указать:

- фамилии и инициалы авторов;
- название книги, сборника, статьи;
- место издания;
- издательство;
- год издания;
- количество страниц или конкретные страницы (последние в случае ссылки на статью или статистический сборник).

Стандартный формат описания источников приведен в списке литературы.

3. Требования к оформлению расчетно-графической работы

При оформлении расчетно-графической работы необходимо руководствоваться следующими требованиями:

1. Объем работы - 10-15 страниц текста на стандартных листах формата А4, набранных на компьютере с использованием текстового редактора или вручную (письменно), табличного процессора или других программных средств (размер шрифта - 14 пунктов, интервал - 1,5).
2. Страницы должны быть пронумерованы и иметь поля слева и справа не менее 25 мм для замечаний преподавателя-консультанта.
3. В тексте не должно быть сокращений слов, кроме общепринятых.
4. Все промежуточные данные проводимых расчетов и результаты следует представлять в явном виде.

5. Все таблицы должны иметь сквозную нумерацию. Приведенные в работе иллюстрации (графики, диаграммы) должны иметь подрисуночные подписи.

6. Описание литературных источников выполняется в соответствии со стандартными требованиями, приведенными в предыдущем разделе.

4. Теоретический материал и примеры решения задач

Матрицы и операции над ними

Сложение (вычитание) матриц одинакового размера производится поэлементно.

$$C=A+B,\ c_{ij}=a_{ij}+b_{ij},\ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}.$$

Умножение матрицы на число – каждый элемент матрицы умножается на это число.

$$A=\lambda B,\ a_{ij}=\lambda b_{ij}.$$

Умножение матрицы на матрицу определено, если число столбцов первой матрицы равно числу строк второй матрицы. Произведением матрицы $A_{m\times n}$ на $B_{n\times p}$ называется матрица $C_{m\times p}$, элементы которой вычисляются по формуле

$$c_{ij}=\sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj},\qquad i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}.$$

Замена каждой строки матрицы ее столбцом с сохранением порядка называется *транспонированием.* Транспонированная по отношению к матрице A матрица обозначается A^t .

Пример. Найти матрицу $C=2A+B^t$, где

$$A=\text{¿}(-2\ \ 3\,\text{¿})(1\ \ 0\,\text{¿})\text{¿}\,\text{¿¿}\ \text{¿}$$

Решение. $C=2A+B^t=2\cdot\text{¿}\ \text{¿}$ $(-2\ 3\text{¿})(1\ 0\text{¿})\text{¿}\text{¿¿}\ \text{¿}$ $+$ $(1\ 6\text{¿})(-3\ 1\text{¿})\text{¿}\text{¿¿}\ \text{¿}$ $(-4\ 6\text{¿})(2\ 0\text{¿})\text{¿}\text{¿¿}\ \text{¿}$ $(1\ 6\text{¿})(-3\ 1\text{¿})\text{¿}\text{¿¿}\ \text{¿}$

$(-3\ 12\text{¿})(-1\ 1\text{¿})\text{¿}\text{¿¿}\ \text{¿}$

Пример. Найти произведение матриц

$$A=\text{¿}(-2\ \ 3\,\text{¿})(1\ \ 0\,\text{¿})\text{¿}\,\text{¿¿}\ \text{¿}$$

Решение.

$$A\cdot B=\text{¿}(-2\ \ 3\,\text{¿})(1\ \ 0\,\text{¿})\text{¿}\,\text{¿¿}\ \text{¿}$$

Определители

Каждой квадратной матрице можно поставит в соответствие число, называемое *определителем.*

Определитель матрицы *второго порядка* вычисляется по формуле

$$|A|=\Delta_2=\det A=\text{¿}\,|a_{11}\ \ a_{12}\,\text{¿}|\text{¿}\,\text{¿¿}\ \text{¿}$$

Определитель матрицы *третьего порядка* вычисляется по *правилу треугольников* или *Саррюса*

$$|A| = \Delta_3 = \det A = ¿ \, |a_{11} \;\; a_{12} \;\; a_{13} ¿ || a_{21} \;\; a_{22} \;\; a_{23} ¿ | ¿ ¿ ¿ ¿ ¿ ¿$$

Определитель матрицы *второго порядка* вычисляется более сложно. Можно применить теорему Лапласа.

Теорема Лапласа. Определитель квадратной матрицы равен сумме произведений элементов какой-либо строки (столбца) на их алгебраические дополнения.

$$|A| = \det A = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} A_{ij}.$$

Определитель треугольной (диагональной) матрицы равен произведению диагональных элементов.

Пример. Вычислить определитель матрицы $A = ¿ \, | 3 \; -1 \; -1 ¿ | -3 \; 1 \; 5 ¿ | ¿ ¿ ¿ ¿$: а) по правилу треугольников; б) с помощью алгебраических дополнений.

Решение. а)

$$\Delta = 3 \cdot 1 \cdot 4 + (-1) \cdot (-3) \cdot (-2) + (-1) \cdot 5 \cdot 2 - (-1) \cdot 1 \cdot 2 - 3 \cdot 5 \cdot (-2) - (-1) \cdot (-3) \cdot 4 =$$
$$= 12 - 6 - 10 + 2 + 30 - 12 = 16.$$

б) Найдем алгебраические дополнения 3-й строки.

$A_{31}=(-1)^{3+1}¿|-1\ \ -1¿|¿¿$ ¿ $A_{32}=(-1)^{3+2}¿|\ 3\ \ -1¿|¿¿$ ¿

$A_{33}=(-1)^{3+3}¿|\ 3\ \ -1¿|¿¿$ ¿

Тогда по теореме Лапласа

$$|A|=\det A=a_{31}A_{31}+a_{32}A_{32}+a_{33}A_{33}=2\cdot(-4)+(-2)\cdot(-12)+4\cdot 0=16.$$

Ранг матрицы

Обратная матрица

Квадратная матрица называется *невырожденной*, если ее определитель отличен от нуля.

Обратной матрицей A^{-1} для матрицы A называется матрица, для которой справедливо равенство $A^{-1}\cdot A=A\cdot A^{-1}=E$, где E - единичная матрица.

Обратная матрица A^{-1} определена только для квадратных невырожденных матриц и может быть вычислена по формуле

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\left(A_{ij}\right)^{t}.$$

Теорема о ранге матрицы. Ранг матрицы равен максимальному числу ее линейно-независимых строк или столбцов.

Пример. Найти матрицу, обратную к матрице

$A=¿|2\ 1\ -1¿||5\ 2\ 4¿|¿¿¿$ ¿ .

Решение.

1 способ. Находим определитель матрицы $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & 4 \end{vmatrix}$ Значит матрица имеет обратную.

$$(A|E) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 7 & 3 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Прибавим к элементам 2-й строки, умноженной на 2, элементы 1-й строки, умноженной на -5, а к элементам 3-й строки, умноженным на 2, элементы 1-й строки, умноженные на -7. Получим

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 13 & -5 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 15 & -7 & 0 & 2 \end{array}\right)$$

К элементам 3-й строки прибавим элементы 2-й строки, умноженные на -1.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 13 & -5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & -2 & 2 \end{array}\right)$$

К 1-й строке, умноженной на 2, прибавим 3-ю, а к 2-й, умноженной на 2, 3-ю строку, умноженную на -13.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 4 & 2 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 16 & 30 & -26 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & -2 & 2 \end{array}\right)$$

Сложим элементы 1-й и 2-й строк.

$$\left(¿\begin{matrix}4 & 0 & 0\\ 0 & -2 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{matrix}\tilde{H}¿\ \begin{matrix}16 & 28 & -24\\ 16 & 30 & -26\\ -2 & -2 & 2\end{matrix}\right)$$

Поделив 1-ю строку на 4, 2-ю – на -2, 3-ю – на 2, справа от черты получим матрицу обратную для исходной.

$$A^{-1}=\left(¿\begin{matrix}4 & 7 & -6\\ -8 & -15 & 13\\ -1 & -1 & 1\end{matrix}\right)¿$$

Проверяем правильность вычислений по формуле

$$A^{-1}\cdot A=A\cdot A^{-1}=E\ .$$

2 способ. Находим алгебраические дополнения всех элементов матрицы.

$$A_{11}=(-1)^{1+1}¿\left|2\ 4¿\right|¿ \quad A_{12}=(-1)^{1+2}¿\left|5\ 4¿\right|¿ \quad A_{13}=(-1)^{1+3}¿\left|5\ 2¿\right|¿$$

$$A_{21}=(-1)^{2+1}¿\left|1-1¿\right|¿ \quad A_{22}=(-1)^{2+2}¿\left|2-1¿\right|¿ \quad A_{23}=(-1)^{2+3}¿\left|2\ 1¿\right|¿$$

$$A_{31}=(-1)^{3+1}¿\left|1-1¿\right|¿ \quad A_{32}=(-1)^{3+2}¿\left|2-1¿\right|¿ \quad A_{33}=(-1)^{3+3}¿\left|2\ 1¿\right|¿$$

Подставим найденные значения дополнений и определителя в формулу

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\left(A_{ij}\right)^{t}.$$

Получим

$$A^{-1}=\left(¿\begin{matrix}4 & 7 & -6\\ -8 & -15 & 13\\ -1 & -1 & 1\end{matrix}\right)¿\ .$$

Системы линейных алгебраических уравнений

Система m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными имеет вид

$$
\begin{cases}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2,
\end{cases}
$$

где a_{ij} -коэффициенты при неизвестных, b_m - свободные члены.

Основными методами решения СЛАУ являются метод Гаусса, матричный метод и правило Крамера. Метод Гаусса применим для решения любой СЛАУ, в то время как метод Крамера и матричный метод могут быть использованы только для решения систем с квадратной невырожденной матрицей.

Для решения *методом Гаусса* составляют расширенную матрицу системы, которую затем с помощью элементарных преобразований приводят к ступенчатому виду. По полученной матрице выписывают новую систему и решают ее методом исключения переменных.

Решение системы *матричным методом* или *методом обратной матрицы* определяется по формуле

$$X = A^{-1} \cdot B \quad .$$

По формулам Крамера :

$$x_j = \frac{\Delta_j}{\Delta},$$

где Δ - определитель системы, Δ_j - определители, полученные из определителя системы заменой j-го столбца на столбец свободных членов.

Пример. Решить СЛАУ: а) матричным методом; б) методом Крамера; в) методом Гаусса

$$x_1+x_2+x_3=3, ¿ \; 2x_1-x_2+x_3=2, ¿¿¿¿$$

Решение. а) Матрица системы имеет вид

$$A=¿ \begin{pmatrix} 1\ 1\ 1¿ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2-1\ 1¿ \end{pmatrix} ¿¿¿ \; ¿ .$$

$X=¿ \begin{pmatrix} x_1 ¿ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 ¿ \end{pmatrix} ¿¿¿ \; ¿$ - столбец неизвестных, $B=¿ \begin{pmatrix} 3¿ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2¿ \end{pmatrix} ¿¿¿ \; ¿$ - столбец свободных членов.

Определитель системы $\Delta=-7\neq 0$. Обратная матрица

$$A^{-1}=-\frac{1}{7}¿ \begin{pmatrix} 3-1-2¿ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5-4-1¿ \end{pmatrix} ¿¿ \; ¿ .$$

По формуле

$$X=A^{-1}\cdot B= -\frac{1}{7}¿ \begin{pmatrix} 3-1-2¿ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5-4-1¿ \end{pmatrix} ¿¿ \; ¿ \quad ¿¿ \begin{pmatrix} 3¿ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2¿ \end{pmatrix} ¿¿ \; ¿ \quad \begin{pmatrix} 1¿ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1¿ \end{pmatrix} ¿¿¿¿ \; ¿ .$$

Следовательно, $x_1=1,\ x_2=1,\ x_3=1$.

б) Вычислим вспомогательные определители

$$\Delta_1=¿ \begin{vmatrix} 3\ 1\ 1¿ \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2-1\ 1¿ \end{vmatrix} ¿¿¿ \; ¿ , \quad \Delta_2=¿ \begin{vmatrix} 1\ 3\ 1¿ \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2\ 2\ 1¿ \end{vmatrix} ¿¿¿ \; ¿ , \quad \Delta_2=¿ \begin{vmatrix} 1\ 1\ 3¿ \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2-1\ 2¿ \end{vmatrix} ¿¿¿ \; ¿ .$$

$$x_1=\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{-7}{-7}=1,\quad x_2=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{-7}{-7}=1,\quad x_3=\frac{\Delta_3}{\Delta}=\frac{-7}{-7}=1.$$

в) Выпишем расширенную матрицу системы

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 & 0 \end{array}\right).$$

Приведем ее к ступенчатому виду. Для этого прибавим к элементам 2-й строки элементы 1-й строки, умноженные на -2, а к элементам 3-й строки – элементы 1-й строки, умноженные на 3.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & -1 & -4 \\ 0 & 5 & 4 & 9 \end{array}\right)$$

Прибавим к 3-й строке, умноженной на 3, 2-ю строку, умноженную на 5.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 7 & 7 \end{array}\right)$$

Расширенная матрица приведена к ступенчатому виду. Соответствующая ей система имеет вид

$$x_1+x_2+x_3=3,\quad -3x_2-x_3=-4,$$

Из последнего уравнения найдем $x_3=\frac{7}{7}=1$, из второго уравнения $x_2=\frac{4-x_3}{3}=\frac{4-1}{3}=1$, и из первого $x_1=3-x_2-x_3=3-1-1=1$.

Векторная алгебра

Операции над векторами

Скалярное произведение векторов

Вектором называют направленный отрезок, который можно перемещать параллельно самому себе.

Векторы $\vec{a}, \vec{b}$ называются *линейно-независимыми*, если $\lambda_1 \vec{a} + \lambda_2 \vec{b} = 0$ $\Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$. В противном случае, они линейно-зависимы.

Длиной (модулем) вектора называется длина отрезка, изображающего вектор. Длина $\vec{a}(x, y)$ определяется по формуле $\vec{a} = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Векторы называются *коллинеарными,* если лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Векторы называются *компланарными*, если лежат в одной плоскости или в параллельных плоскостях.

Линейными операциями с векторами являются:

1) сложение: $\vec{a} + \vec{b} = (x_1, y_1, z_1) + (x_2, y_2, z_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$;
2) умножение на число $\lambda \vec{a} = \lambda (x_1, y_1, z_1) = (\lambda x_1, \lambda y_1, \lambda z_1)$.

Углы наклона $\vec{a}$ к осям координат называются *направляющими косинусами.*

$$\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \ \cos\beta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \ \cos\gamma = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

причем

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1.$$

Проекцией вектора $\vec{a}$ на ось l называется число

$$пр_l \vec{a} = |\vec{a}| \cos\phi ,$$

где ϕ - угол наклона вектора $\vec{a}$ к оси l .

Скалярным произведением $\vec{a}, \vec{b}$ называется число

$$(\vec{a}, \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\phi .$$

В координатной форме

$$(\vec{a}, \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 .$$

Угол между векторами $\vec{a}, \vec{b}$ определяется по формуле

$$\cos\phi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} .$$

Пример. Найти длину $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ и разложить его по $\vec{a}, \vec{b}$, если

$$\vec{a} = (3, -1), \vec{b} = (1, -2), \vec{c} = (-1, 1) .$$

Решение. Найдем координаты $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ $= (3, -1) + (1, -2) + (-1, 1) = (3, -2)$.

Длина вектора $\vec{d} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$.

Разложить по $\vec{a}, \vec{b}$ - значит, представить в виде $\vec{d} = \alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b}$. Для определения α, β , запишем в виде

$$\alpha \cdot (3, -1) + \beta \cdot (1, -2) = (3, -2)$$

или

$$3\alpha + \beta = 3, ¿¿¿¿$$

Решив систему, получим $\alpha=\frac{4}{5}\beta=\frac{3}{5}$, то есть $\vec{d}=\frac{4}{5}\vec{a}+\frac{3}{5}\vec{b}$.

Пример. Найти угол между векторами $\vec{a}+\vec{b}$ и $\vec{a}-\vec{b}$, если $|\vec{a}|=4,\ |\vec{b}|=3,\ \phi=\frac{\pi}{3}$.

Решение. $$\cos\phi=\frac{(\vec{a}+\vec{b})(\vec{a}-\vec{b})}{|\vec{a}+\vec{b}|\cdot|\vec{a}-\vec{b}|}=\frac{|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2}{\sqrt{|\vec{a}|^2+2(\vec{a},\vec{b})+|\vec{b}|^2}\cdot\sqrt{|\vec{a}|^2-2(\vec{a},\vec{b})+|\vec{b}|^2}}=$$

$$=\frac{4^2-3^2}{\sqrt{4^2+2\cdot4\cdot3\cdot\cos\frac{\pi}{3}+3^2}\cdot\sqrt{4^2-2\cdot4\cdot3\cdot\cos\frac{\pi}{3}+3^2}}=\frac{7}{\sqrt{37}\cdot\sqrt{13}}.$$

Векторное и смешанное произведения векторов

Векторным произведением $\vec{a},\vec{b}$ называется число

$$[\vec{a},\ \vec{b}]=\vec{a}\times\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sin\phi.$$

В координатной форме

$$[\vec{a},\vec{b}]=\vec{a}\times\vec{b}=¿|i\ \ j\ \ k¿||x_1\ y_1\ z_1¿|¿¿¿\ ¿.$$

Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равна модулю их векторного произведения.

Площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равна половине модуля их векторного произведения.

Смешанным произведением $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ называется число

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c} = ¿ \, |x_1\, y_1\, z_1 ¿||x_2\, y_2\, z_2 ¿|¿¿¿$$.

Объем параллелепипеда, построенного на $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, равен модулю их смешанного произведения.

Пример. Найти вектор $\vec{d}$, ортогональный $\vec{a} = (1, 2, 3), \vec{b} = (-7, 0, 2)$, для которого скалярное произведение с $\vec{c} = (1, 1, 1)$ равно 3.

Решение. Искомый вектор коллинеарен $\vec{a} \times \vec{b}$. Следовательно, он равен $\lambda(\vec{a} \times \vec{b})$.

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{a} \times \vec{b} = ¿ \, | \; i \;\; j \;\; k ¿ || \; 1 \;\; 2 \;\; 3 ¿ | ¿¿¿ \, ¿$$.

Тогда $\vec{d} = (4\lambda, -23\lambda, 14\lambda)$.

$$\vec{d} \cdot \vec{c} = 4\lambda \cdot 1 - 23\lambda \cdot 1 + 14\lambda \cdot 1 = -5\lambda = 3,\ \lambda = -\frac{3}{5} \Rightarrow \vec{d} = \left(-\frac{12}{5}, \frac{69}{5}, -\frac{42}{5}\right)$$.

5. Задания расчётно-графической работы №1.

<u>Задание1.</u> Даны матрицы *A* и *B*. Найдите матрицу *C*.

1. $A = ¿ \, (2 \quad 3 \; ¿ \; 5 ¿) ¿¿¿$.

2. $A = ¿ \, (7 \quad 4 ¿)(0 - 3 ¿) ¿¿¿ \, ¿$.

3. $A=¿\left(4\ \ 1\ -3¿\right)\left(2\ \ 0-4¿\right)¿¿¿$ $¿$.

4. $A=¿\left(9\ -11¿\right)\left(7\ -3¿\right)¿¿¿$ $¿$.

5. $A=¿\left(-2\ \ 1\ -5¿\right)¿¿¿$ $¿$.

6. $A=¿\left(-4\ \ 2-1¿\right)\left(-1\ \ 0-2¿\right)¿¿¿$ $¿$.

7. $A=¿\left(3\ -1¿\right)\left(6\ \ 8¿\right)¿¿¿$ $¿$.

8. $A=¿\left(-2\ \ 1¿\right)\left(5-7¿\right)¿¿¿$ $¿$

9. $A=¿\left(-3\ \ 2-11¿\right)\left(-1\ \ 2-2¿\right)¿¿¿$ $¿$.

10. $A=¿\left(2\ -16¿\right)\left(6\ -3¿\right)¿¿¿$ $¿$

<u>Задание2.</u> Найдите произведение матриц $A\cdot B$ или значение матричного многочлена. Существует ли произведение $B\cdot A$?

1. $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\end{pmatrix}, B=¿\begin{pmatrix}1 & -2¿\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & 3¿\end{pmatrix}¿¿¿$ ¿ .

2. $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\end{pmatrix}, B=¿\begin{pmatrix}-2¿\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1¿\end{pmatrix}¿¿¿$ ¿ .

3. $A=¿\begin{pmatrix}1 & 2¿\end{pmatrix}¿¿¿$ ¿ .

4. $A=¿\begin{pmatrix}3 & 1 & 1¿\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1 & 2¿\end{pmatrix}¿¿¿$ ¿

5. $A=\begin{pmatrix}-4 & 34 & 3\end{pmatrix}, B=¿\begin{pmatrix}-2¿\end{pmatrix}\begin{pmatrix}14¿\end{pmatrix}¿¿¿$ ¿ .

6. $f(x)=2x^2-5x+3,$

$A=¿\begin{pmatrix}1 & 2¿\end{pmatrix}¿¿¿$ ¿ .

7. $f(x)=3x^2+2x-5,$

$A=¿\begin{pmatrix}3 & 1 & 1¿\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1 & 2¿\end{pmatrix}¿¿¿$ ¿

8. $f(x)=x^3-7x^2+3,$

$A=¿\begin{pmatrix}4 & 1 & -3¿\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 0 & -4¿\end{pmatrix}¿¿¿$ ¿ .

9. $f(x) = 12x^2 + 5x + 3$,

$A = ¿ (-6 \quad 3 ¿) ¿ ¿ ¿$ ¿ .

10. $A = ¿ (9 \quad 0 \quad 1 ¿)(4 \quad 1 \quad -7 ¿)¿ ¿ ¿$ ¿

Задание3. Вычислить определитель.

1. $|2 \ 2 \ {-1} ¿||2 \ {-1} \ 2 ¿|¿ ¿ ¿$ ¿ .

2. $|3 \ 1 \ 1 ¿||2 \ 1 \ 2 ¿|¿ ¿ ¿$ ¿ .

3. $|1 \ 1 \ {-1} ¿||2 \ {-1} \ 1 ¿|¿ ¿ ¿$ ¿ .

4. $|4 \ 1 \ {-3} ¿||2 \ 0 \ {-4} ¿|¿ ¿ ¿ ¿$ ¿ ¿ .

5. $|6 \ 1 \ 3 ¿||0 \ 3 \ 0 ¿|¿ ¿ ¿$ ¿ .

6. $|1 \ 1 \ 1 \ 1 ¿||1 \ 2 \ 1 \ 2 ¿||3 \ 1 \ 3 \ 1 ¿|¿ ¿ ¿$ ¿ .

7. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 7 & 3 \end{vmatrix}$.

8. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

9. $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$.

10. $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 8 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

Задание4. Найдите обратную матрицу для матрицы *A*. Сделайте проверку.

1. $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

2. $A=\begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -2 & 7 & 2 \end{pmatrix}$.

3. $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

4. $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

5. $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 2 & 1 & 0\end{pmatrix}$.

6. $A=\begin{pmatrix}5 & 3 & -6\\ 2 & -1 & 0\end{pmatrix}$

7. $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & -1 & 2\\ 2 & -1 & 3 & 5\end{pmatrix}$.

8. $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1 & 2\\ 3 & 1 & 3 & 1\end{pmatrix}$

9. $A=\begin{pmatrix}8 & 3 & -8\\ 20 & -1 & 0\end{pmatrix}$

10. $A=\begin{pmatrix}13 & 3 & -1 & 2\\ 2 & -12 & 8 & 5\end{pmatrix}$.

Задание5. Решить систему линейных алгебраических уравнений тремя способами:

-методом Гаусса

-по формулам Крамера

-средствами матричного исчисления

1. $\begin{cases} x+y+2z=-1, \\ 2x-y+2z=-4, \end{cases}$

2. $\begin{cases} x+3y+4z=3, \\ 2x-y-z=1, \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x-4y+z=3, \\ x-5y+3z=-1, \end{cases}$

4. $\begin{cases} x+3y-z=4, \\ -x+2y+3z=12, \end{cases}$

5. $\begin{cases} 5x-y+z=-17, \\ x-3y+2z=-11, \end{cases}$

6. $\begin{cases} 4x-y-z=-3, \\ x+3y+3z=-4, \end{cases}$

7. $\begin{cases} 3x-y+z=-16, \\ 2x-3y+2z=-11, \end{cases}$

8. $\begin{cases} x-y-z=-3, \\ x+2y+3z=-4, \end{cases}$

9. $\begin{cases} x+y+z=-1, \\ 6x-y+2z=-4, \end{cases}$

10. $\begin{cases} x+y+4z=1, \\ 2x+y-z=1, \end{cases}$

<u>Задание6.</u> Найти линейную комбинацию векторов.

1. $3\vec{a}+4\vec{b}-\vec{c}$, где $\vec{a}=(4,1,3), \vec{b}=(1,2,-2), \vec{c}=(10,8,1)$.

2. $2\vec{a}+3\vec{b}+4\vec{c}$, где $\vec{a}=(1,2,0), \vec{b}=(2,1,1), \vec{c}=(-1,1,-2)$.

3. $(\vec{a},\vec{b})\vec{c}+3(\vec{b},\vec{c})\vec{b}$, где $\vec{a}=(4,1,3), \vec{b}=(1,2,-2), \vec{c}=(10,8,1)$.

4. $4\vec{a}+19\{\vec{b}-\vec{c}$, где $\vec{a}=(2,-4,3), \vec{b}=(10,-5,-2), \vec{c}=(187,8,1)$.

5. $18\{\vec{a}+3\vec{b}+7\vec{c}$, где $\vec{a}=(-6,2,0), \vec{b}=(54,1,1), \vec{c}=(-90,1,-2)$.

6. $(\vec{a},\vec{b})\vec{c}+13(\vec{b},\vec{c})\vec{b}$, где $\vec{a}=(45,-9,3), \vec{b}=(1,2,-2), \vec{c}=(131,9,1)$.

7. $13\{\vec{a}+6\vec{b}-\vec{c}$, где $\vec{a}=(-10,1,9), \vec{b}=(1,7,-2), \vec{c}=(10,5,1)$.

8. $-5\vec{a}+4\vec{b}+4\vec{c}$, где $\vec{a}=(-7,2,0)$, $\vec{b}=(-5,1,1)$, $\vec{c}=(-1,1,-2)$.

9. $2(\vec{a},\vec{b})\vec{c}+7(\vec{b},\vec{c})\vec{b}$, где $\vec{a}=(4,-8,3)$, $\vec{b}=(90,2,-2)$, $\vec{c}=(10,8,1)$.

10. $14\{\vec{a}+19\{\vec{b}¿-\vec{c}¿$, где $\vec{a}=(-4,-4,3)$, $\vec{b}=(113,-5,-2)$, $\vec{c}=(17,3,1)$.

<u>Задание7.</u> Найти скалярное произведение векторов и угол между ними.

1. $\vec{a}=(0,4,-3)$, $\vec{b}=(-1,2,2)$.
2. $\vec{a}=(2,1,-2)$, $\vec{b}=(0,-2,-3)$.
3. $\vec{a}=(4,1,3)$, $\vec{b}=(1,2,-2)$.
4. $\vec{a}=(1,2,0)$, $\vec{b}=(2,1,1)$.
5. $\vec{a}=(4,1,3)$, $\vec{b}=(1,2,-2)$.
6. $\vec{a}=(1,4,-7)$, $\vec{b}=(-1,2,2)$.
7. $\vec{a}=(10,1,-5)$, $\vec{b}=(3,-2,-3)$.
8. $\vec{a}=(-14,11,3)$, $\vec{b}=(3,2,-2)$.
9. $\vec{a}=(13,2,0)$, $\vec{b}=(24,1,1)$.
10. $\vec{a}=(51,1,-3)$, $\vec{b}=(1,2,-2)$.

<u>Задание8.</u>

1. Даны точки $A(2,-1,4)$, $B(4,0,2)$. Найти модуль и направление вектора AB

2. Найти $|2\vec{a}+3\vec{b}|$, если $\vec{a}=(1.5,0,-4)$, $\vec{b}=(0,0,4)$.

3. При каком значении n векторы $\vec{a}=(3,\,-2,\,1)$ и $\vec{b}=(n,\,4,\,0.5)$ ортогональны?

4. Найти $(\vec{c},\vec{d})$, если $\vec{c}=5\vec{a}+\vec{b},\ \vec{d}=4\vec{a}-\vec{b},\ |\vec{a}|=2,\ |\vec{b}|=3,$ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 120^o .

5. Вычислить $|\vec{c}|$, если $\vec{c}=5\vec{a}-2\vec{b},\ |\vec{a}|=3,\ |\vec{b}|=4,$ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 60^o .

6. Вычислить $(\vec{a}-\vec{b})^2$, если $|\vec{a}|=2\sqrt{2},\ |\vec{b}|=4,$ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 135^o .

7. Найти внешний угол B в треугольнике ABC , если $A(2\,,-1,\,4),\ B(4,\,0,\,2),\ C(2,\,-3,\,1).$

8. Найти угол между векторами $\vec{a}+\vec{b}$ и $\vec{a}-\vec{b}$, если $|\vec{a}|=1,\ |\vec{b}|=6,$ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 60^o .

9. Найти $\vec{c}=2\vec{a},\ \vec{d}=\vec{b}-\vec{a},\ |\vec{c}|,\ |\vec{d}|,\ \vec{d}^2,\ (\vec{c},\,\vec{d})$, угол между векторами $\vec{c},\,\vec{d}$, если $\vec{a}=(2,\,-1,\,-2),\ \vec{b}=(8,\,-4,\,0)$.

10. Построить параллелограмм на векторах $OA=(1,\,1,\,0),\ OB=(0,\,-3,\,1)$. Определить диагонали и их длины.

Задание9.

1. Вычислить $[\vec{c},\vec{d}]$, если

$$\vec{c}=\vec{a}-3\vec{b},\ \vec{d}=-2\vec{a}+\vec{b},\ \vec{a}=(-1,\,0,\,3),\ \vec{b}=(1,\,1,\,2).$$

2. Найти $\left|[\vec{c},\vec{d}]\right|$, если $\vec{c}=4\vec{a}-2\vec{b}, \vec{d}=-\vec{a}+3\vec{b}, |\vec{a}|=|\vec{b}|=2,$ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 30^o.

3. Вычислить площадь треугольника ABC, если $A(2,-2,3), B(-3,-6,0), C(4,-3,-1)$.

4.Лежат ли точки $A(2,-1,-3), B(-4,1,-2), C(0,-6,3), D(-12,-2,5)$ в одной плоскости?

5. Лежат ли точки $A(1,-2,3), B(0,1,0), C(1,2,-1), D(4,-1,7)$ в одной плоскости?

6. Найти смешанное произведение векторов $\vec{a}=(2,-2,6)$, $\vec{b}=(-6,6,3)$, $\vec{c}=(3,-2,5)$.

7. Найти объем тетраэдра $ABCD$, высоту BP, площади граней тетраэдра, если $A(1,-3,-5), B(-1,2,-4), C(0,0,-2), D(-6,-1,-2)$.

8. Найти объем тетраэдра $ABCD$, высоту BP, медианы граней, площади граней тетраэдра, если $A(2,-1,2), B(5,5,5), C(3,2,0), D(4,1,4)$.

9. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}=5\vec{p}+2\vec{q}, \vec{b}=\vec{p}-3\vec{q}$, длины диагоналей параллелограмма, угол между $\vec{a}$ и $\vec{p}$, и проекцию $\vec{a}$ на $\vec{b}$.

10. Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{c}=6\vec{a}+10\{\vec{b}, \vec{d}=3\vec{a}-6\vec{b}, \vec{f}=3\vec{a}-6\vec{b}, |\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2,¿$ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 135^o.

Задание10.

1. Написать уравнения высоты, проведенной из вершины A, и медианы, проведенной из вершины B, треугольника ABC, если $A(-1,-5), B(3,-1), C(1,-2)$.

2. Написать уравнение стороны квадрата $ABCD$, если заданы координаты двух его смежных вершин $A(1,-1), B(-3,3)$.

3. Написать уравнение прямой, которая проходит через точку $A(8,6)$ и образует с координатными осями треугольник площадью 12.

4. Вычислить расстояние от точки $A(5,4)$ до прямой, проходящей через точки $B(1,-2), C(0,3)$.

5. Написать уравнения прямых, проходящих через точку $A(1,4)$, одна из которых параллельна, а другая перпендикулярна прямой $-2x+5y-2=0$.

6. Написать уравнение прямой, которая проходит через точку $A(-1,5)$ и точку пересечения прямых $5x+3y-1=0$ и $4x+5y+7=0$.

7. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1,1,2)$, перпендикулярно вектору AB, если $B(-1,2,3)$.

8. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-1,2,-3)$ параллельно плоскости, заданной уравнением $4x+y-2z+2=0$.

9. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1,-1,3)$ и отсекающей на координатных осях равные отрезки.

10. Найти угол между плоскостями, заданными уравнениями $x-\sqrt{2}y+z-1=0$ и $x+\sqrt{2}y-z+3=0$.

6. Критерии оценки расчетно-графической работы и типовые ошибки при ее выполнении.

Шкала оценивания	Критерии оценивания
«Отлично»	обучающийся ясно изложил условия задач, решения обосновал
«Хорошо»	обучающийся ясно изложил условия задач, но в обосновании решений имеются сомнения;
«Удовлетворительно»	обучающийся изложил решение задач, но в решении есть ошибки;
«Неудовлетворительно»	обучающийся не уяснил условия задач, решения не обосновал, либо не сдал работу на проверку.

7. Рекомендуемая литература

Основная литература

1. Богомолов, Н. В. Математика : учебник для вузов / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 401 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-07001-9. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: https://urait.ru/bcode/468633
2. Бугров, Я. С. Высшая математика. Задачник : учебное пособие для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 192 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-9916-7568-0. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: https://urait.ru/bcode/489755 .
3. Лунгу К. Н. Высшая математика. Руководство к решению задач. Т. 1 [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Лунгу К.Н., Макаров Е.В., - 3-е изд. - М.:ФИЗМАТЛИТ, 2013. - 2016 с. - Режим доступа : http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=854317
4. Шипачев В. С. Высшая математика [Электронный ресурс] : учебник / В.С. Шипачев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 479 с. - Режим доступа : http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469720
5. Лунгу К. Н. Высшая математика. Руководство к решению задач. Ч. 2 [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Лунгу К.Н., Макаров Е.В., - 2-е изд. - М.:ФИЗМАТЛИТ, 2015. - Режим доступа : http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=854393

Дополнительная литература

1. Математика : учебное пособие / Ю. М. Данилов, Л. Н. Журбенко, Г. А. Никонова [и др.] ; под ред. Л. Н. Журбенко, Г. А. Никоновой. – Москва :

ИНФРА-М, 2019. – 496 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-16-010118-7. – URL: https://znanium.com/catalog/product/989799. – Текст : электронный.

2. Клово, А. Г. Курс лекций по математике : учебное пособие / А. Г. Клово, И. А. Ляпунова ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону : Южный федеральный университет, 2020. – 199 с. : ил. – ISBN 978-5-9275-3503. –URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=612217. – Текст : электронный.

Периодика

Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки / гл. ред.Кревчик В.Д. — Пенза, 2021. — URL: https://e.lanbook.com/journal/issue/314991. — Текст : электронный

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для написания РГР

9. Профессиональная база данных и информационно-справочные системы	Информация о праве собственности (реквизиты договора)
Ассоциация инженерного образования России http://www.ac-raee.ru/	Совершенствование образования и инженерной деятельности во всех их проявлениях, относящихся к учебному, научному и технологическому направлениям, включая процессы преподавания, консультирования, исследования, разработки инженерных решений, включая нефтегазовую отрасль, трансфера технологий, оказания широкого спектра образовательных услуг, обеспечения связей с общественностью, производством, наукой и интеграции в международное научно-образовательное пространство. свободный доступ
научная электронная библиотека Elibrary http://elibrary.ru/	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU - это крупнейший российский информационно-аналитический портал в области науки, технологии, медицины и образования, содержащий рефераты и полные тексты более 26 млн научных статей и публикаций, в том числе электронные версии более 5600 российских научно-технических журналов, из которых более 4800 журналов в открытом доступе свободный доступ
Федеральный портал «Российское	Федеральный портал «Российское

9. Профессиональная база данных и информационно-справочные системы	Информация о праве собственности (реквизиты договора)
образование» [Электронный ресурс] – http://www.edu.ru	образование» – уникальный интернет-ресурс в сфере образования и науки. Ежедневно публикует самые актуальные новости, анонсы событий, информационные материалы для широкого круга читателей. Еженедельно на портале размещаются эксклюзивные материалы, интервью с ведущими специалистами – педагогами, психологами, учеными, репортажи и аналитические статьи. Читатели получают доступ к нормативно-правовой базе сферы образования, они могут пользоваться самыми различными полезными сервисами – такими, как онлайн-тестирование, опросы по актуальным темам и т.д.

Название организации	**Сокращённое название**	**Организационно-правовая форма**	**Отрасль (область деятельности)**	**Официальный сайт**
РОССИЙСКИЙ СОЮЗ научных и инженерных общественных объединений	РосСНИО	неправительственное, независимое общественное объединение	творческий Союз общественных научных, научно-технических, инженерных, экономических объединений, являющихся юридическими лицами, созданный на основе общности творческих профессиональных интересов ученых, инженеров и специалистов для реализации общих целей и задач.	http://rusea.info

Российский союз инженеров	РСИ	Общероссийская общественная организация «Российский союз инженеров» (далее именуемая «Союз») является основанным на членстве общественным объединением, созданным в форме общественной организации	Защита общих интересов и достижения уставных целей объединившихся граждан, осуществляющих свою деятельность на территории более половины субъектов Российской Федерации	http://российский-союз-инженеров.рф/

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ЧЕБОКСАРСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) МОСКОВСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Кафедра Информационных технологий, электроэнергетики и систем управления

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

по дисциплине «МАТЕМАТИКА»

____

Наименование темы

Выполнил: студент __ курса
заочного отделения
по направлению 13.03.02
«Электроэнергетика и
электротехника»

____

Ф.И.О.

Научный руководитель:

____

должность, звание

____

Ф.И.О.

Оценка ______________________________

Дата «__» ________________ 2021г.

Чебоксары 2021